

# Applications - Chapitre 10

Système de masse variable et référentiels accélérés



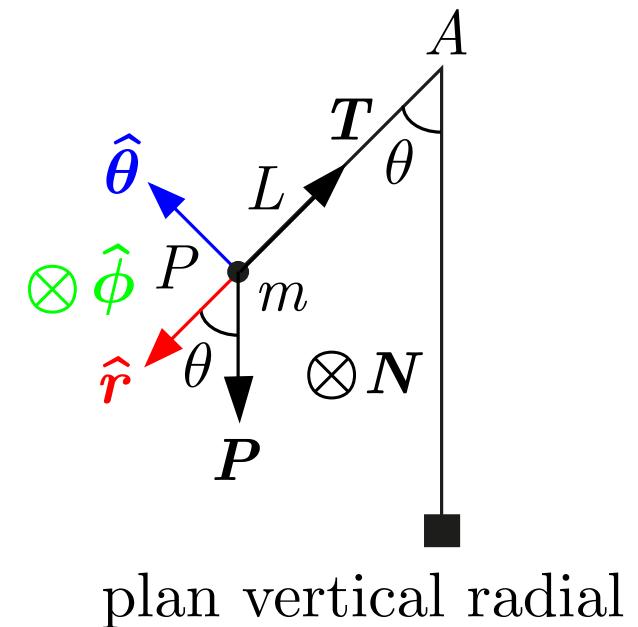
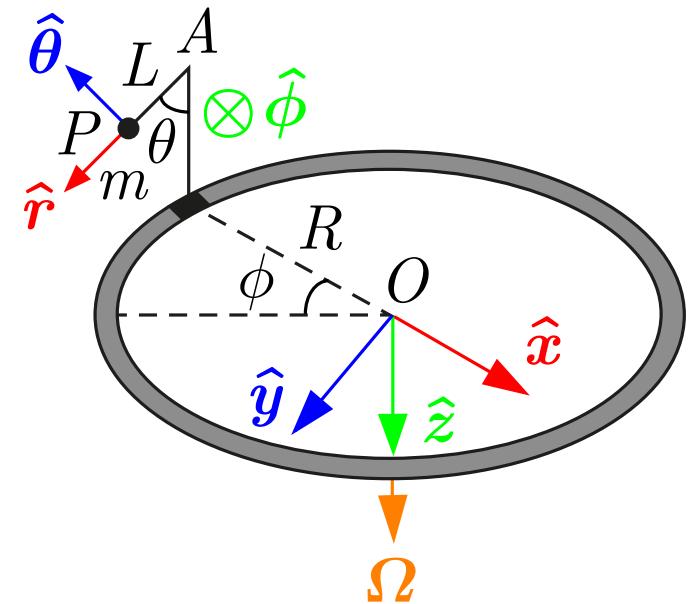
### A.10.1 Pendule sur train en mouvement circulaire

### A.10.2 Poids apparent d'une chaînette qui tombe

### A.10.1 Pendule sur train en mouvement circulaire

### A.10.2 Poids apparent d'une chaînette qui tombe

- Un pendule  $P$  de masse  $m$  et de longueur  $L$  est suspendu au plafond  $A$  d'un train en mouvement circulaire de rayon uniforme  $R$  à vitesse angulaire  $\Omega = \Omega \hat{z} = \text{cste}$  dans le sens des aiguilles d'une montre.
  - Un mécanisme assure que le pendule oscille dans le plan vertical radial orthogonal au mouvement contenant  $O$  et  $A$ .
  - Soit  $\phi$  l'angle azimuthal dans le plan horizontal des rails et  $\theta$  l'angle d'oscillation nodal dans le plan vertical radial.
- ① Référentiel absolu : rails repère cartésien
- ② Référentiel relatif : train repère sphérique



- Grandeurs cinématiques relatives :

- ① Position relative :

$$\mathbf{r}_r(P) = \quad (A.10.1)$$

- ② Vitesse relative :

$$\mathbf{v}_r(P) = \quad (A.10.2)$$

- ③ Accélération relative :

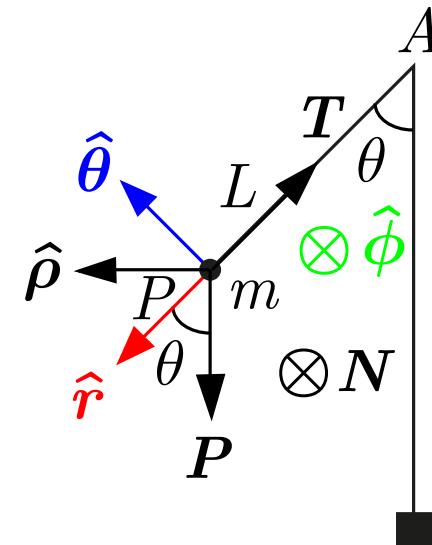
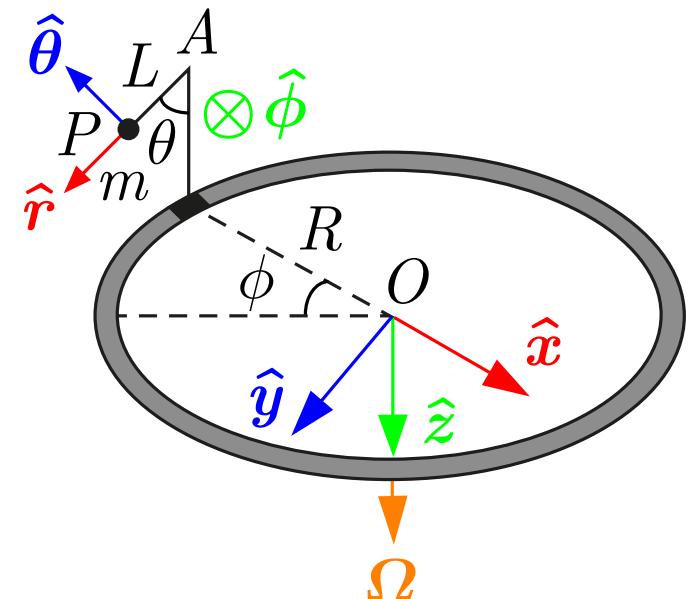
$$\mathbf{a}_r(P) = \quad (A.10.3)$$

- Vitesse angulaire :

$$\Omega = \quad (A.10.4)$$

- Accélération absolue : point  $A$  - MCU

$$\mathbf{a}_a(A) =$$



plan vertical radial

- Forces extérieures :

① Poids :

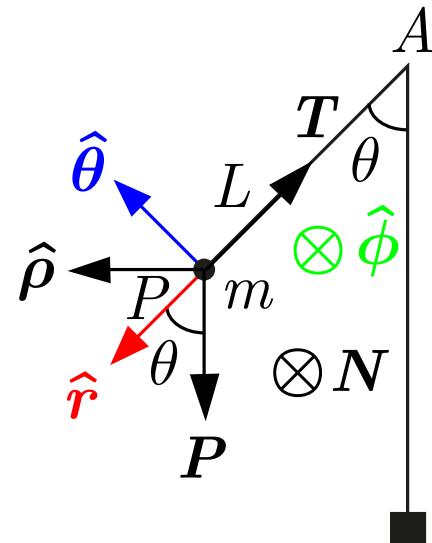
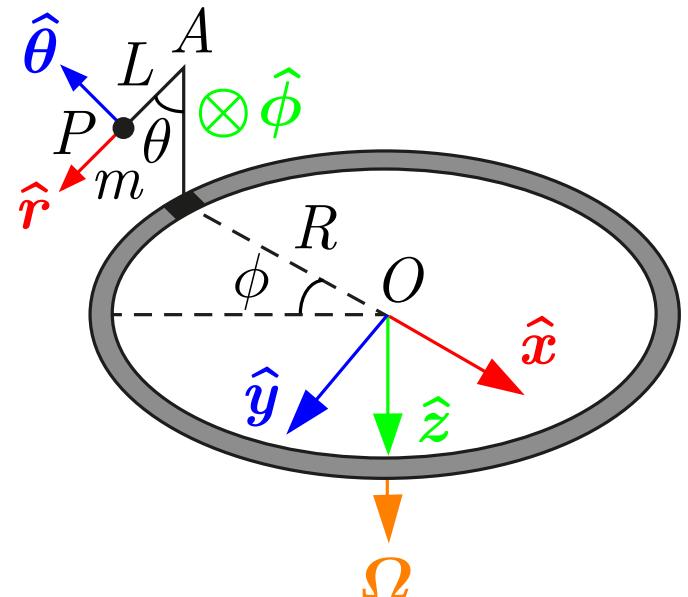
$$\mathbf{P} = \quad (A.10.5)$$

② Force de réaction normale :

$$\mathbf{N} = \quad (A.10.6)$$

③ Tension :

$$\mathbf{T} = \quad (A.10.7)$$



plan vertical radial

- Forces d'inertie :  $\dot{\Omega} = 0$

① Force inertielle :

$$\mathbf{F}_i = -m \mathbf{a}_a (A) = \quad (A.10.8)$$

② Force centrifuge :

$$\mathbf{F}_c = -m \boldsymbol{\Omega} \times \left( \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_r (P) \right) =$$

=

=

=

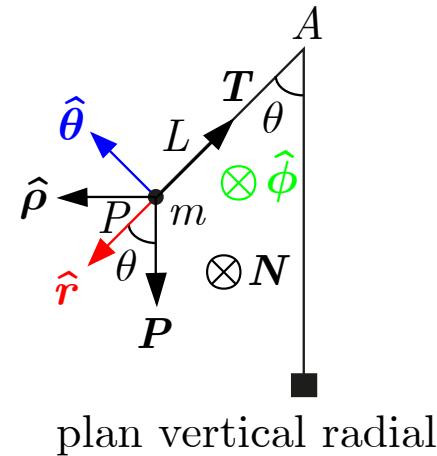
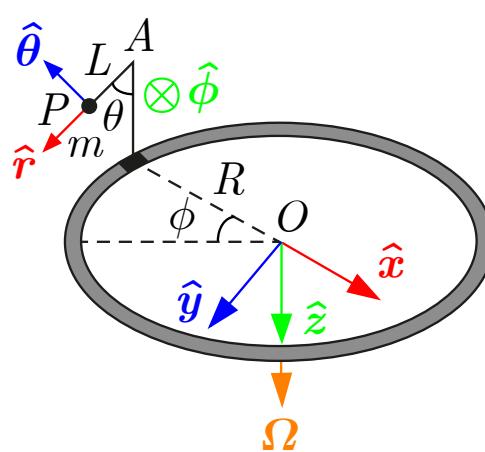
(A.10.9)

③ Force de Coriolis :

$$\mathbf{F}_C = -2m \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_r (P) =$$

=

(A.10.10)



- Loi du mouvement relatif : (A.10.11)

- Equations du mouvement relatif :

selon  $\hat{r}$  : (A.10.12)

selon  $\hat{\theta}$  : (A.10.13)

selon  $\hat{\phi}$  : (A.10.14)

- Tension : (A.10.12)  $\Rightarrow$

$$T = \dots \quad (A.10.15)$$

- Force de réaction normale : (A.10.14)  $\Rightarrow$

$$N = \dots \quad (A.10.16)$$

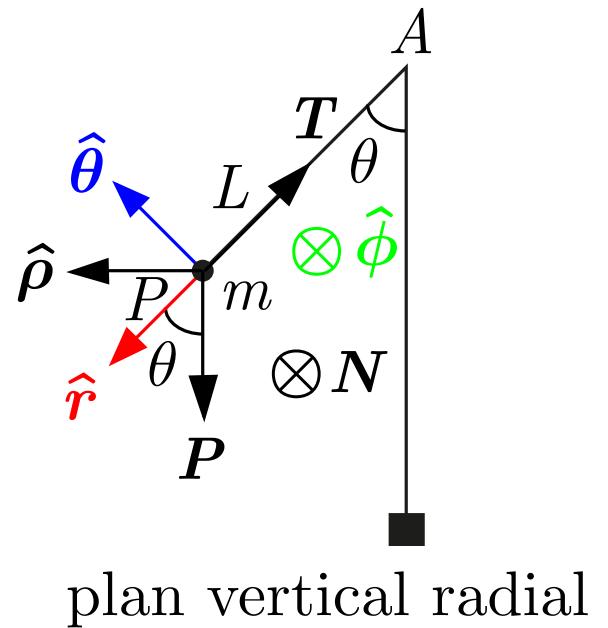
- Equation du mouvement : (A.10.17)

- Position d'équilibre :

$$(A.10.18)$$

$\Rightarrow$

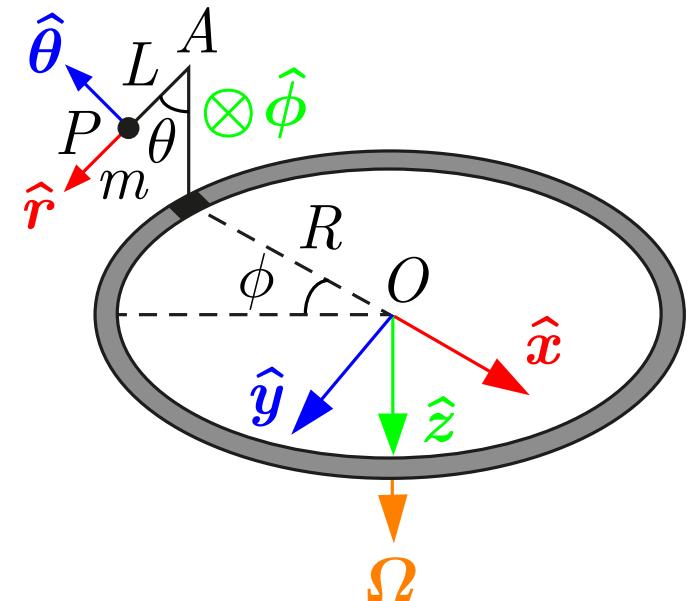
$$(A.10.19)$$



plan vertical radial

- Approximation :

(A.10.20)

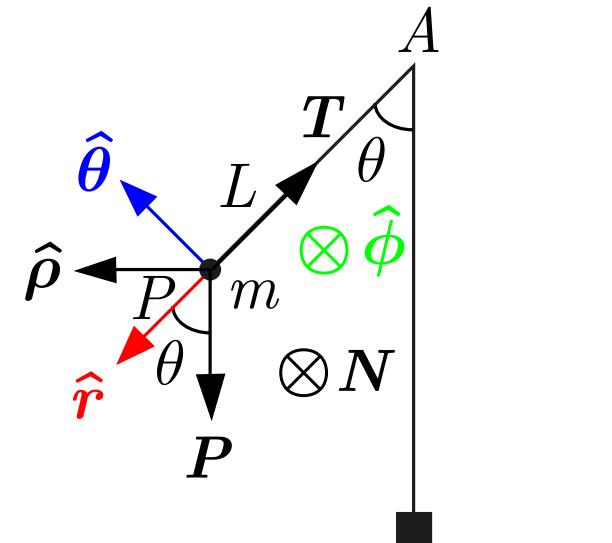


- Position d'équilibre approximée :

(A.10.21)

- Équation du mouvement approximée :

(A.10.22)

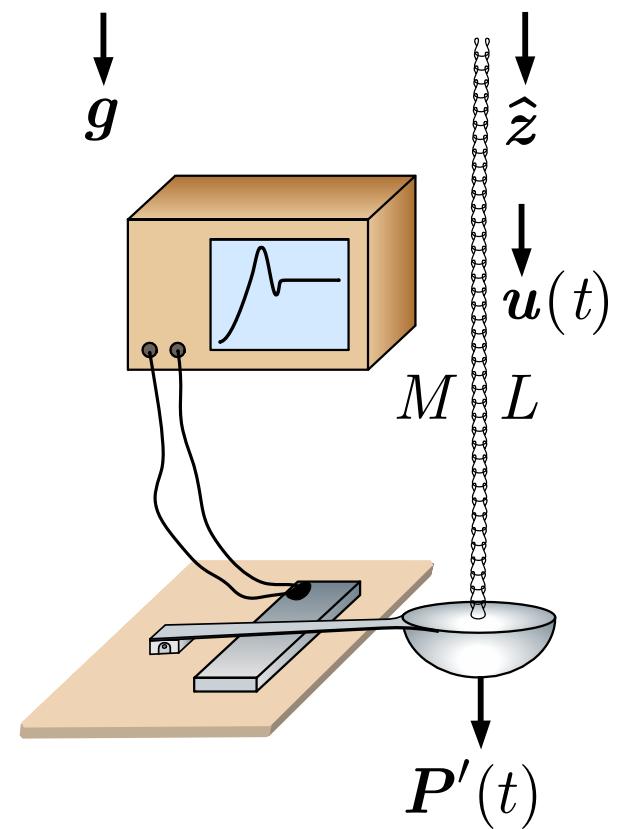


plan vertical radial

### A.10.1 Pendule sur train en mouvement circulaire

### A.10.2 Poids apparent d'une chaînette qui tombe

- Une chaînette de masse  $M$  et de longueur  $L$  tombe en chute libre à vitesse  $\mathbf{u}(t) = gt \hat{\mathbf{z}}$  dans un réceptacle relié à un capteur de force durant un temps de chute  $T$ .
- Le capteur de force mesure la force résultante  $\mathbf{P}'(t) = m(t) \mathbf{a}(t)$  correspondant au poids apparent de la chaînette.
- Le poids apparent  $\mathbf{P}'(t)$  de la chaînette est la somme du poids réel  $\mathbf{P}(t) = m(t) \mathbf{g}$  dans le réceptacle et de la poussée due au débit de masse  $\dot{m}(t) > 0$  entrant à vitesse  $\mathbf{u}(t)$ .
- Chaînette homogène : densité linéique constante



(A.10.23)

- Débit de masse : densité linéique constante et vitesse linéaire  $\dot{z} = gt$

(A.10.24)

- Débit de masse :

$$\dot{m}(t) = \frac{M}{L} gt \quad (A.10.24)$$

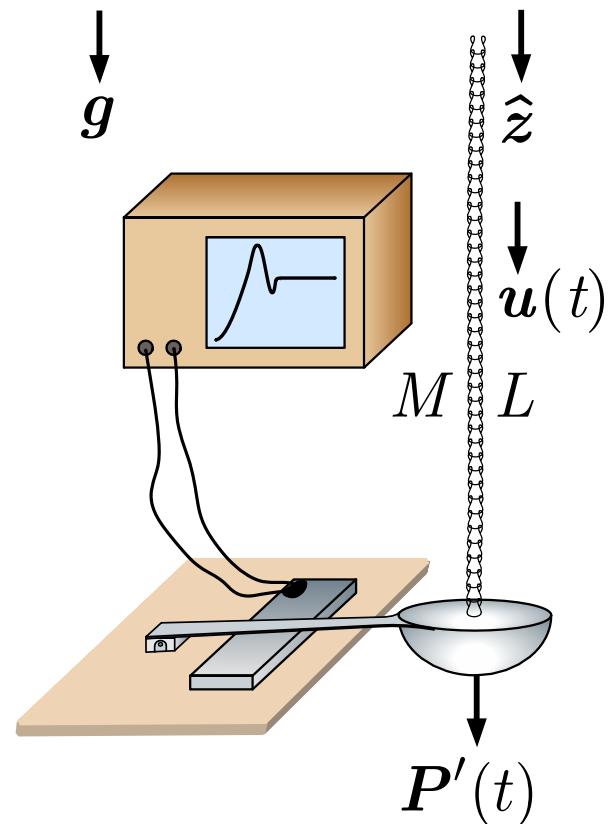
- Temps de chute : extrémité supérieure

$$(A.10.25)$$

- Débit de masse : (A.10.24) et (A.10.25)

$$(A.10.26)$$

- Masse :  $m(0) = 0$  et  $m(T) = M$  (A.10.27)



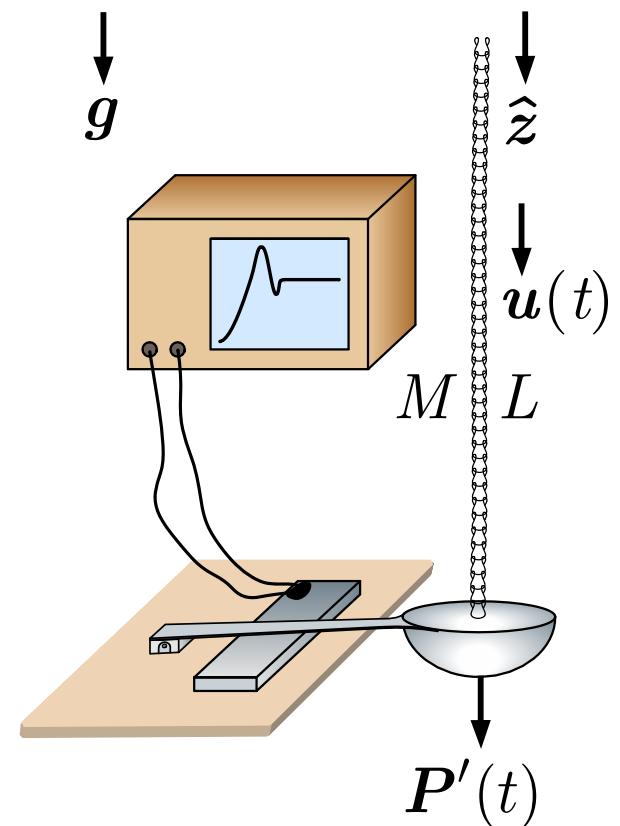
- Loi du mouvement : masse variable (A.10.28)

- Force extérieure : poids réel (A.10.29)

- Poussée : (A.10.30)

- Poids apparent : (A.10.31)

- Poids apparent : projection selon l'axe vertical



(A.10.32)

- Poids apparent durant la chute :  $0 < t < T$

$$P'(t) = \underbrace{\frac{Mg}{T^2} t^2}_{\text{poids réel}} + \underbrace{\frac{2Mg}{T^2} t^2}_{\text{poussée}} \quad (A.10.32)$$

